**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

| | |
|---|---|
| **Институт** | **ИНЭИ** |
| **Кафедра** | **БИТ** |

# «ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

# ОТЧЕТ ПО ВЫПОЛНЕННОЙ РАБОТЫ КМ-2.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Студент** | **ИЭозс-66-21** | | **Хадри М.** |
| | группа | подпись | фамилия и инициалы |

Москва 2023

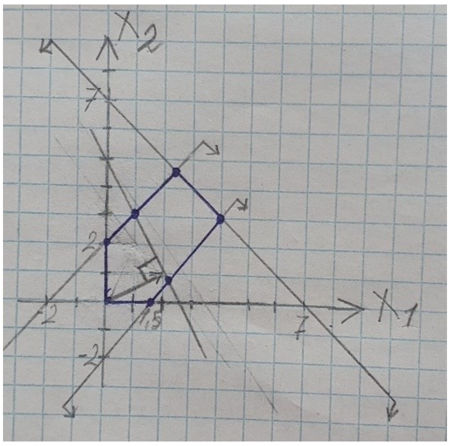
## Цель работы

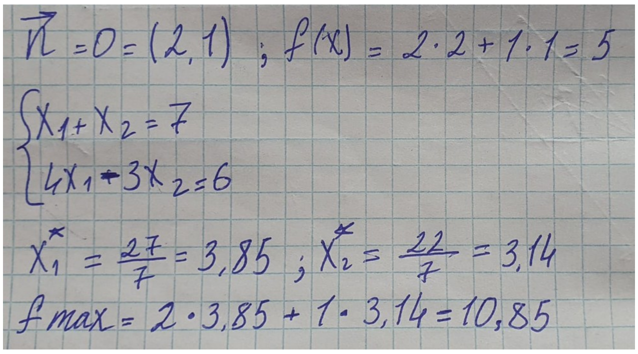
Изучение современных программных средств решения задачи линейного программирования; практическое решение задач линейного программирования графическим методом, симплекс-методом и средствами программы Microsoft Excel; программная реализация симплекс-метода на языке программирования высокого уровня.

## Исходные значения линейного программирования

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | $\max F = 2x_1 + x_2$<br>$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 2; \\ x_1 + x_2 \le 7; \\ 4x_1 - 3x_2 \le 6; \end{cases}$<br>$x_1, x_2 \ge 0.$ | 6 | $\max F = 3x_1 + 5x_2$<br>$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \ge 6; \\ -2x_1 + 2x_2 \le 6; \\ 7x_1 + 5x_2 \le 35; \\ 5x_1 - 4x_2 \le 20; \end{cases}$<br>$x_1, x_2 \ge 0.$ |

## Графическое решение задач



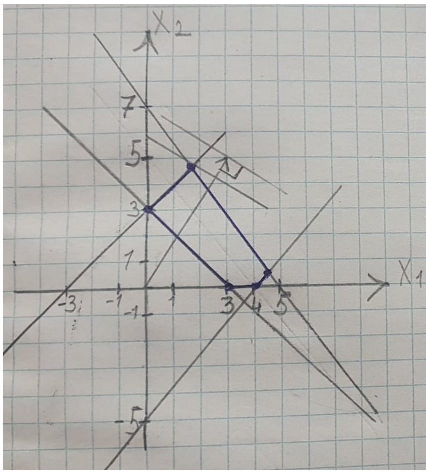



$\vec{n} = 0 = (2,1)$ ; $f(x) = 2\cdot 2 + 1\cdot 1 = 5$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ 4x_1 - 3x_2 = 6 \end{cases}$

$x_1^* = \frac{27}{7} = 3{,}85$ ; $x_2^* = \frac{22}{7} = 3{,}14$

$f_{max} = 2\cdot 3{,}85 + 1\cdot 3{,}14 = 10{,}85$




$\vec{n} = 0 = (3,5)$;

$f(x) = 3\cdot 3 + 5\cdot 5 = 34$

$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 = 6 \\ 7x_1 + 5x_2 = 35 \end{cases}$

$x_1^* = \frac{5}{3} = 1{,}66$

$x_2^* = \frac{14}{3} = 4{,}66$

$f_{max} = 3\cdot 1{,}66 + 5\cdot 4{,}66 =$

$= 28{,}33$

## Фрагменты рабочих листов с Excel

| Переменная | *X1* | *X2* | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Значие переменной | | | | | |
| Целевая функция | 2 | 1 | | → | max |
| | | | | Левая часть | |
| Огранчение(1) | -1 | 1 | | <= | 2 |
| Огранчение(2) | 1 | 1 | | <= | 7 |
| Огранчение(3) | 4 | -3 | | <= | 6 |

| Переменная | *X1* | *X2* | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Значие переменной | 3,86 | 3,14 | | | |
| Целевая функция | 2 | 1 | 10,85714 | → | max |
| | | | | Левая часть | |
| Огранчение(1) | -1 | 1 | **-0,71** | <= | 2 |
| Огранчение(2) | 1 | 1 | **7** | <= | 7 |
| Огранчение(3) | 4 | -3 | **6** | <= | 6 |

| Переменная | *X1* | *X2* | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Значие переменной | | | | | |
| Целевая функция | 3 | 5 | | → | max |
| | | | | Левая часть | |
| Огранчение(1) | 2 | 2 | | >= | 6 |
| Огранчение(2) | -2 | 2 | | <= | 6 |
| Огранчение(3) | 7 | 5 | | <= | 35 |
| Огранчение(4) | 5 | -4 | | <= | 20 |

| Переменная | *X1* | *X2* | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Значие переменной | **1,67** | **4,67** | | | |
| Целевая функция | 3 | 5 | **28,33** | → | max |
| | | | | Левая часть | |
| Огранчение(1) | 2 | 2 | **12,67** | >= | 6 |
| Огранчение(2) | -2 | 2 | **6,00** | <= | 6 |
| Огранчение(3) | 7 | 5 | **35** | <= | 35 |
| Огранчение(4) | 5 | -4 | **-10,3333** | <= | 20 |

## Решение табличным симплекс-методом

В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x4 . В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5 . В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x6 .

2x1 + 7x2 + 6x3 + 1x4 + 0x5 + 0x6 = 10

-1x1 + 6x2 + 5x3 + 0x4 + 1x5 + 0x6 = 8

4x1 + 0x2 + 1x3 + 0x4 + 0x5 + 1x6 = 12

Матрица коэффициентов A

A =

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| -1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | -3 | 0 | 0 | 1 |

**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

| Базис | B | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_3$ | 2 | -1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $x_4$ | 7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $x_5$ | 6 | 4 | -3 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -2 | -1 | 0 | 0 | 0 |

Итерация №0.

1. Проверка критерия оптимальности. Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

2. Определение новой базисной переменной. В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2 , так как это наибольший коэффициент по модулю.

3. Определение новой свободной переменной. Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2 и из них выберем наименьшее: min (10 : 7 , 8 : 6 , - ) = 11 /3 Следовательно, 2-ая строка является ведущей. Разрешающий элемент равен (6) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

| Базис | B | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | min |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_4$ | 10 | 2 | 7 | 6 | 1 | 0 | 0 | $1^3/_7$ |
| $x_5$ | 8 | -1 | **6** | 5 | 0 | 1 | 0 | $\mathbf{1^1/_3}$ |
| $x_6$ | 12 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | - |
| F(X1) | 0 | -1 | **-2** | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

4. Пересчет симплекс-таблицы. Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x5 в план 1 войдет переменная x2 .

| B | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10-(8 • 7):6 | 2-(-1 • 7):6 | 7-(6 • 7):6 | 6-(5 • 7):6 | 1-(0 • 7):6 | 0-(1 • 7):6 | 0-(0 • 7):6 |
| 8 : 6 | -1 : 6 | 6 : 6 | 5 : 6 | 0 : 6 | 1 : 6 | 0 : 6 |
| 12-(8 • 0):6 | 4-(-1 • 0):6 | 0-(6 • 0):6 | 1-(5 • 0):6 | 0-(0 • 0):6 | 0-(1 • 0):6 | 1-(0 • 0):6 |
| 0-(8 • -2):6 | -1-(-1 • -2):6 | -2-(6 • -2):6 | -1-(5 • -2):6 | 0-(0 • -2):6 | 0-(1 • -2):6 | 0-(0 • -2):6 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

| Базис | B | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_4$ | $^2/_3$ | $3^1/_6$ | 0 | $^1/_6$ | 1 | $-1^1/_6$ | 0 |
| $x_2$ | $1^1/_3$ | $^{-1}/_6$ | 1 | $^5/_6$ | 0 | $^1/_6$ | 0 |
| $x_6$ | 12 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| F(X1) | $2^2/_3$ | $-1^1/_3$ | 0 | $^2/_3$ | 0 | $^1/_3$ | 0 |

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

| Базис | B | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 3 | 1 | 0 | $^1/_4$ | 0 | 0 | $^1/_4$ |
| $x_2$ | $^4/_7$ | 0 | 1 | $^{11}/_{14}$ | $^1/_7$ | 0 | $^{-1}/_{14}$ |
| $x_5$ | $7^4/_7$ | 0 | 0 | $^{15}/_{28}$ | $^{-6}/_7$ | 1 | $^{19}/_{28}$ |
| F(X4) | $4^1/_7$ | 0 | 0 | $^{23}/_{28}$ | $^2/_7$ | 0 | $^3/_{28}$ |

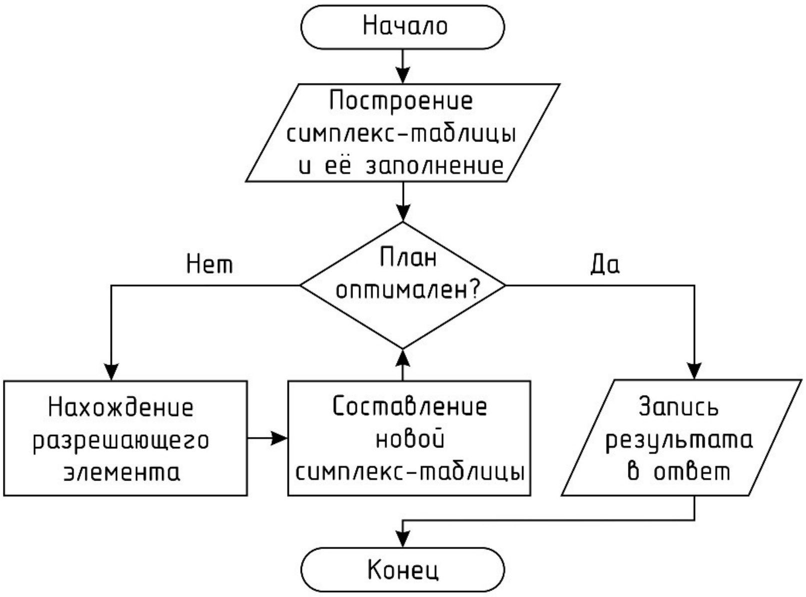
Оптимальный план можно записать так:

$x_1 = 3$

$x_2 = {}^4/_7$

$F(X) = 1•3 + 2•{}^4/_7 = 4^1/_7$

## Схема алгоритма симплекс- метода




## Анализ выполненной работы

Решая, задачи не сколько способом, я считаю, что удобнее всего пользоваться симплекс-методом для решения подобных задач. Графические решения и Excel «Поиск решения» дали абсолютно одинаковые результаты, что доказывает их точности в решения подобных задач. Также считаю, что «Поиск решения» в Excel удобен, тем что он автоматически создаёт несколько типов отчётности (Отчёт о результатах, о пределах и об устойчивости)